Groupes des permutations d'un ensemble fini. Applications

1 Présentation, généralités

- Définition, cycle transposition, support, théorème de Cayley [4][3][8]
- Conjugaison, cycles disjoints, $\boxed{\text{les automoprhismes de } \Sigma_n \text{ sont intérieur}}$ [8]
- Action sur les polynômes [6]

2 Signature, groupe alternée

- Définition équivalantes [3][8][7]
- Structure : $\mathcal{A}_n$ est simple, $\mathcal{D}(\mathcal{A}_n) = (A)_n$, $\mathcal{D}(\Sigma_n) = \mathcal{A}_n$[8]
- $\boxed{\text{Théorème de Frobenius-Zolotarev}}$ [2]
- Reconnaissance de Σ_n et $\mathcal{A}_n$ dans des groupes géométriques [1][4]

3 Applications, utilisations

- Matrice de permutations :
  - Théorème de Birkhof [9]
  - $\boxed{\text{Décomposition de Bruhat}}$ [5]
  - Théorème de Brauer [2]
- Théorie de Galois : résolubilités par radicaux [4], Σ_n n'es pas résoluble [6]

Références

[1] M. Audin. *Géométrie.* EDP sciences, 2è edition, 2006.

[2] V. Beck, J. Malick, and G. Peyré. *Objectif agrégation.* HK, 2è edition, 2005.

[3] J. Calais. *Éléments de théorie des groupes.* PUF, 3ème edition, 1998.

[4] F. Combes. *Algèbre et géométrie.* Breal, 2000.

[5] Francinou, Gianella, and Nicolas. *Oraux X-ENS : algèbre II.* Cassini, 2006.

[6] I. Gozard. *Théorie de Galois.* Ellipses, 1997.

[7] S. Lang. *Algebra.* Springer, 3rd edition, 2002.

[8] D. Perrin. *Cours d'algèbre.* Ellipses, 1996.

[9] D. Serre. *Les matrices.* Dunod, 2000.