Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E, sous-groupes de $GL(E)$. Applications

1 Étude algebrique de $GL(E)$

- Généralités :
  - Définition de $GL(E)$, f injective ssi $fsurjective$, determinant [4]
  - Dilatation, transvection, PGL_n, SL_n, PSL_n, centre, générateur [6]
  - $\boxed{PSL_n \text{ est simple}}$ [6]
  - $\boxed{\text{Théorème de Burnisde}}$ [3]
- Groupe orthogonal :
  - Définition de $O(q)$, de $SO(q)$, centre, $O^+(q)$ est engendré par les renversements [6]
  - Théorème de Cartan Dieudonnné et corollaires [6]
  - Groupe des commutateur [6]
- Cas où $\daleth$ est fini :
  - Cardinalités et théorème de Sylow
  - Isomoprhismes
  - $\boxed{\text{Théorème de Frobenius-Zolotarev}}$[2]

2 Étude topologique ($\daleth = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$)

- Résultats calassiques : connexités et compacité : [5][7]
- $\boxed{\text{Décomposition polaire}}$[5]
- Caractérisation des groupes compact [1]
- $\boxed{GL(E) \text{ agit par conjugaison sur } M(E)\text{, études des classes}}$[3]

Références

[1] Alessandri. *Théme de Géométrie.* Dunod, 1999.

[2] V. Beck, J. Malick, and G. Peyré. *Objectif agrégation.* HK, 2è edition, 2005.

[3] Francinou, Gianella, and Nicolas. *Oraux X-ENS : algèbre II.* Cassini, 2006.

[4] X. Gourdon. *Les maths en tête : algèbre.* Ellipses, 1994.

[5] R. Mneimé and F.Testard. *Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques.* Hermann, 1997.

[6] D. Perrin. *Cours d'algèbre.* Ellipses, 1996.

[7] D. Serre. *Les matrices.* Dunod, 2000.