

Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications

1 Familles génératrices, familles libres

- Définitions : combinaisons linéaires, Vect, familles libres, famille génératrices, base. [3]
- Théorème d'existence de base et conséquences. [3]
- Définition de la dimension et de la somme directe
- Considération "topologique" : Caratheodory[8], courbe de Hilbert, théorème de Brouwer[2]
- Toutes les normes sont équivalentes en dimension finie.

2 Applications linéaires

- Rang de f , théorème du rang, f bijective ssi f injective ssi f surjective, $\mathcal{M}_n(k)$ est de dimension finie [3]
- Structure du groupe \mathcal{GL}_n , Théorème de Burnside [1]
- Algorithme de Gauss pour trouver les noyaux, algorithme de Berlekamp.

3 Dimension finie et analyse

- Application différentiables de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^p , théorème du rang constant [6]
- Applications deux fois différentiables de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} , Lemme de Morse [6]
- Espace fonctionnel de dimension finie : petits exemples et Théorème de Grothendieck [7]

4 Les extensions de corps vu comme des espaces vectoriels

- Formalisme, multiplicativité des degrés [4]
- Théorème de Wentzel [4]
- Remarque sur les corps finis [5]

Références

- [1] Francinou, Gianella, and Nicolas. *Oraux X-ENS : algèbre I*. Cassini, 2001.
- [2] C. Godbillon. *Éléments de topologie algébrique*. Hermann, 1997.
- [3] X. Gourdon. *Les maths en tête : algèbre*. Ellipses, 1994.
- [4] I. Gozard. *Théorie de Galois*. Ellipses, 1997.
- [5] D. Perrin. *Cours d'algèbre*. Ellipses, 1996.
- [6] F. Rouvière. *Petit Guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation*. Cassini, 2^e édition édition, 2003.

- [7] W. Rudin. *Analyse fonctionnelle*. Ediscience international, 1995.
- [8] P. Tauvel. *Algèbre*. Dunod, 2^e édition, 2005.