

# 122 Matrices équivalentes. Matrices semblables. Applications.

*Jonathan Loupia* [jonas001@free.fr](mailto:jonas001@free.fr) <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

## Plan :

### 1) Matrices équivalentes

- déf (+ relation d'équivalence)
- sur un corps [F1 p51], classification par le rang (appl : matrices à diagonales dominantes inversibles [G1])
- dans un anneau, facteurs invariants [F1 p49] ou [Ser]

### 2) Matrices semblables

- déf (+ relation d'équivalence)
- premières prop (semblables sur un sur-corps [G1], même trace, poly car, etc. avec réciproque en dim 2 et 3)
- invariants de similitude [F1 p143] (appl :  $M$  et  ${}^t M$  semblables ; ex : matrices compagnons)

### 3) Représentants particuliers

- matrices diagonalisables, trigonalisables [F1 167] (appl : puissance de matrice, exponentielle de matrice, densité de  $Diag_n(\mathbb{C})$  dans  $M_n(\mathbb{C})$ )
- matrices orthogonalement semblables [F2] (matrices "normales" et orthogonales ; appl :  $O_n(\mathbb{R})$  et  $SO_n(\mathbb{R})$  connexes)

## Développements :

- densité de  $Diag_n(\mathbb{C})$  dans  $M_n(\mathbb{C})$
- critère de diagonalisation des endomorphismes [F1 167]
- $O_n(\mathbb{R})$  et  $SO_n(\mathbb{R})$  connexes et compacts (\*)
- $M$  et  $N$  semblables ssi elles ont les mêmes invariants de similitude

## Bibliographie

- Fresnel "Algèbre des matrices" [F1]
- Gourdon "Algèbre" [G1]
- Serre, "Les matrices, théorie et pratique" [Ser]
- [N]
- Fresnel "Espaces quadratiques, euclidiens, hermitiens" [F2]