

Algèbre 41 – Exemples de décomposition remarquables dans le groupe linéaire. Applications

On note E un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension n .

1. UTILISATION D'OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES

Descriptions des opérations élémentaires.

Transvections

Dilatations

Matrices de permutation

Le cas de $GL(E)$.

Générateurs

Conjugaison

Centre

Applications topologiques

Méthodes numériques.

Méthode de Gauss

Factorisation LU

2. DEUX DÉCOMPOSITIONS REMARQUABLES

Décomposition polaire.

Cas réel

→ Démonstration

Cas complexe

Quelques applications

→ Une application détaillée

Décomposition de Dunford multiplicative et application.

3. UTILISATION DE LA STRUCTURE EUCLIDIENNE

Maximalité de $GL_n(\mathbb{R})$.

→ Sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbb{R})$

Méthode de Gram-Schmidt.

Algorithme

Factorisation de Cholesky

4. ASPECTS GÉOMÉTRIQUES

Convexité et groupe orthogonal.

→ Enveloppe convexe de $\mathcal{O}(n)$ et points extrémaux

Distance au groupe orthogonal.

Matrices de Householder.

Généralités

Factorisation QR

Application à la résolution de systèmes linéaires

Application à la recherche de valeurs propres

DÉVELOPPEMENTS

Décomposition polaire et application.

Sous-groupes compacts de $GL_n(\mathbb{R})$.

Enveloppe convexe de $\mathcal{O}(n)$ et points extrémaux.

RÉFÉRENCES

- [1] M. Alessandri, *Thèmes de géométrie. Groupes en situation géométrique*, Dunod, 1999.
- [2] P. Ciarlet, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Dunod, 1998.
- [3] X. Gourdon, *Algèbre*, Ellipses, 1994.
- [4] R. Mneimné et F. Testard, *Groupes de Lie classiques*, Hermann, 1986.
- [5] D. Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipses, 1996.
- [6] H. Queffélec et C. Zuily, *Éléments d'analyse pour l'agrégation*, Dunod, 2002.
- [7] J.-E. Rombaldi, *Thèmes pour l'agrégation de mathématiques*, EDP Sciences, 1999.