

Formes quadratiques d'un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité. Isotropie. Applications

1 Généralité et définitions (k corps de caractéristique différente de 2)

[5, 2, 4]

- Définition : forme bilinéaire, formes quadratiques, représentation matricielle, discriminant
- Orthogonalité : définition, somme directe orthogonale, radicale, isotropie, cône isotrope, base orthogonale, base contigüe, seti, setim, Gauss, Sylvester.

2 Un résultat de classification

- Théorème de Witt, corollaire sur les setim, classification au forme anisotrope près, équivalence des formes. [4]
- Classification des quadriques affines.
- Ellipsoïde de John-Lowner [1]

3 Groupe orthogonale, application matricielle

- Définition, propriétés : $\mathcal{O}(q)$ est engendré par les renversements, théorème de Cartan. [4]
- Sur \mathbb{R} : diagonalisabilité, co-diagonalisabilité. [2]

4 Application à l'analyse

- Différentielles de 2^{ème} ordre, lien avec les extrema, hessienne. [3]
- Lemme de Morse [3]

Références

- [1] Alessandri. *Thème de Géométrie*. Dunod, 1999.
- [2] X. Gourdon. *Les maths en tête : algèbre*. Ellipses, 1994.
- [3] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [4] D. Perrin. *Cours d'algèbre*. Ellipses, 1996.
- [5] J.-P. Serre. *Cours d'arithmétique*. PUF, 1970.