

# 134 Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.

*Jonathan Loupia* [jonas001@free.fr](mailto:jonas001@free.fr) <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

## Plan :

- 1) Endomorphismes remarquables [F2 111-113]
  - adjoint d'un endomorphisme (déf, prop immédiates, représentation matricielle [F2 p 41])
  - endomorphismes remarquables
- 2) Endomorphismes normaux
  - prop
  - réduction (appl :  $u$  normal  $\Leftrightarrow u^* = P(u)$  )
- 3) Endomorphismes symétriques (ex proj orthogonales, sym orthogonales,  $f f^*$ )
  - prop
  - appl : Cholesky
- 4) Endomorphisme orthogonaux (ex sym orthogonales, matrices de permutation ; pas les proj orthogonales)
  - prop ; def de  $O(E)$ ( [F2 p 72-73] + structure (engendré par les renversements : appl  $SO(3, \mathbb{R})$  est simple ))
  - réduction (appl :  $SO_2(\mathbb{R})$  est commutatif,  $O_n(\mathbb{R})$  connexe ; rque :  $O_n(\mathbb{R})$  compact))

## Développements :

- $SO(3, \mathbb{R})$  est simple
- $O_n(\mathbb{R})$  et  $SO_n(\mathbb{R})$  connexes et compacts
- les symétries hyperplanes engendrent  $O_n(\mathbb{R})$

## Bibliographie

- Fresnel "Espaces quadratiques, euclidiens, hermitiens" [F2]
- Gourdon "Algèbre" [G1]
- Perrin "Cours d'algèbre" [P]