Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.

1 Définition, généralités

- Définition-proposition de l'adjoint, définitions symétrique, antisymétrique, normal. [3]
- Décomposition d'Iwasawa dans $\mathbb{R}$. [3]
- Définition des espaces Sym, Sym^+, Sym^{++}, $\mathcal{O}$, $\mathcal{SO}$. [3]
- Caractérisation de Sym^{++} avec les mineurs principaux. [3]
- Matrice de Gram. [3]

2 Applications à la réduction

- $\boxed{\text{Endomorphismes normaux (cas réel).}}$ [7][3]
- Diagonalisation Simultanée. [3]
- Classification de $\mathcal{O}(n)$, topologie de $\mathcal{O}(p,q)$, $\mathcal{SO}(p,q)$. [7]

3 Étude détaillée du groupe orthogonal

- $\boxed{\text{Décomposition polaire}}$, décomposition de Cartan. [4] [2].
- $B_{\mathcal{M}_n}(0,1) = \mathrm{Cvx}(\mathcal{O}(n))$. [6][4]
- Générateurs et théorème de Cartan-Dieudonné. [5][2]
- $\boxed{\mathrm{Aut}\ \mathcal{SO}(3) = \mathrm{Int}\ \mathcal{SO}(3).}$ [5]
- Rotations en dimension 3, lien avec $\mathbb{H}$. [5]
- Sous-groupe compacte de $\mathcal{GL}_n$.[1]

Références

[1] Alessandri. *Théme de Géométrie.* Dunod, 1999.

[2] M. Audin. *Géométrie.* EDP sciences, 2è edition, 2006.

[3] X. Gourdon. *Les maths en tête : algèbre.* Ellipses, 1994.

[4] R. Mneimé and F.Testard. *Introduction à la théorie des groupes de Lie classiques.* Hermann, 1997.

[5] D. Perrin. *Cours d'algèbre.* Ellipses, 1996.

[6] H. Queffélec and C. Zuily. *Élément d'analyse.* Dunod, 1995.

[7] D. Serre. *Les matrices.* Dunod, 2000.