

# Utilisation de la notion de compacité

## 1 Généralités, définitions

- Définitions, exemple [6]
- Équivalence dans les métriques à Bolzano Weierstrass, dans les compacts à la précompacité, notion de  $\epsilon$ -réseau [8] [6]
- Compactifié d'Alexandroff + cas de  $\mathbb{R}^n$  [7][3]

## 2 Continuité et compacité, théorème d'Ascoli

- Théorème de Heine [6]
- Théorème de Stone-Weierstrass [3]
- Théorèmes d'Ascoli, applications : théorème de Cartan, Théorème de Montel [8], application : Application conforme [10]

## 3 Compacité dans les espaces vectoriels normés

- Le cas  $\mathbb{R}^n$  : compact = fermé borné, toutes les normes sont équivalentes [6], théorème de Riesz [2]
- Théorème de Brouwer [1], théorème de Schauder [5, 4]
- Caractérisation des compacts d'un Banach [8], théorème de Krein-Millman [9]
- Tychonoff, Banach-Alaoglu, application [8] : Arzela-Peano, point fixe du [8]

## 4 Opérateurs compacts

- Définition exemple [7][2]
- C'est un espace vectoriel fermé, première propriété [2]
- Cas des Hilbert : théorème d'approximation, cas autoadjoint : diagonalisation [2]

## Références

- [1] M. Aigner and G. Ziegler. *Proofs from the Book*. Springer, 3<sup>e</sup> édition, 2004.
- [2] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle*. Dunod, 1999.
- [3] G. Choquet. *Cours de topologie*. Dunod, 2<sup>e</sup> édition, 2000.
- [4] S. Gonnord and N. Tosel. *Topologie et analyse fonctionnelle*. Ellipses, 1996.
- [5] S. Gonnord and N. Tosel. *Calcul différentiel*. Ellipses, 1998.
- [6] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [7] F. Hirsch and G. Lacombe. *Éléments d'analyse fonctionnelle*. Dunod, 1997.
- [8] H. Queffélec and C. Zuily. *Éléments d'analyse*. Dunod, 1995.
- [9] W. Rudin. *Analyse fonctionnelle*. Ediscience international, 1995.
- [10] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe*. Dunod, 1998.