Méthodes hilbertiennes en dimension finie et infinie

- Définition, propriétés de base [1]

1 Projection et orthogonalité

- La projection sur un convexe fermé est 1-lipschitzienne [1]
- Projection orthogonale sur un sous espace vectoriel fermé + application [1]
  - $\boxed{\text{Méthode de Gauss pour les intégrales}}$ [2]
  - Calcul des espérances conditionnelles dans L^2[5]
  - Méthode du Gradient conjugué [7]
  - Matrice et déterminant de Gram [4]

2 Bases hilbertiennes

- Définition (mettre en remarque le cas non-séparable), $H \sim \updownarrow^2(\mathbb{N})$[1]
- Égalité de Bessel-Parseval [1][6]
- Le cas de la transformée de Fourier dans L^2, $\boxed{\text{La TF admet une bases hilbertienne de vecteurs propres}}$ [6

3 Dualité dans les hilbert

- Théorème de Riesz, application : Radon Nikodyn[1] [6]
- Application : Stampacchia, Lax-Milgram [1]
- Application de Lax-Milgram : equadiff : $\boxed{\text{Sturm-Liouville}}$ [1]
- Diagonalisation des opérateurs compact autoadjoint [1]

Références

[1] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle.* Dunod, 1999.

[2] J.-P. Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles.* Masson, 1984.

[3] S.V Fomin and A.N Kolmogorov. *Elements of the theory of function and functional analysis.* Rochester, 1957.

[4] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse.* Ellipses, 1994.

[5] J.-Y. Ouvrard. *Probabilités 2, master, agregation.* Cassini, 2è edition, 2004.

[6] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe.* Dunod, 1998.

[7] D. Serre. *Les matrices.* Dunod, 2000.