

1. ORTHOGONALITÉ ET ORTHONORMALISATION

Identités remarquables.

Algorithme de Gram-Schmidt.

Exemple de systèmes orthogonaux.

→ Fonctions de Hermite

Dimension finie et angles.

2. PROJECTION

Le théorème de projection.

Projection orthogonale.

→ Méthodes de gradient

Application aux probabilités.

3. DUALITÉ ET THÉORÈME DE RIESZ

Le théorème de Riesz.

Application en intégration.

→ Dual de L^p

Application en analyse numérique.

Application aux probabilités.

4. BASES HILBERTIENNES

Caractérisation des bases hilbertiennes.

Isométrie entre H et ℓ^2 .

Exemples de systèmes.

→ Base hilbertienne de $L^2(\mathbb{R})$ et transformée de Fourier

Un exemple d'utilisation de base hilbertienne : l'espace de Bergman.

→ Noyau de Bergman

Vecteurs propres de la transformation de Fourier dans L^2 .

Espace de Bergman.

Dual de L^p .

Méthodes de gradient.

RÉFÉRENCES

- [1] F. Bayen et C. Margaria, *Espaces de Hilbert et opérateurs*, Ellipses, 1986.
- [2] P. Ciarlet, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Masson, 1982.
- [3] J.-P. Demailly, *Analyse numérique et équations différentielles*, EDP Sciences, 1996.
- [4] X. Gourdon, *Analyse*, Ellipses, 1994.
- [5] A.N. Kolmogorov, *Éléments de la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle*, Ellipses, 1994.
- [6] A. Pommellet, *Cours d'analyse*, Ellipses, 1994.
- [7] H. Queffelec et C. Zuily, *Éléments d'analyse pour l'agrégation*, Dunod, 2002.