

Base hilbertiennes, exemples et applications

1 Généralités

- Définitions : système orthonormée, procédé de Schmidt, base hilbertienne, Bessel, Parseval, coefficient de Fourier, isomorphisme avec $\ell^2(\mathbb{N})$, exemples [6], cas non séparable [2][6]
- Remarque en dimension finie : les bases hilbertiennes sont de vraies bases, bases de vecteur propre pour les endomorphismes autoadjoints, matrice de Gram

[5]

2 Espace L^2

- Séries de Fourier : $(e^{inx})_{n \in \mathbb{Z}}$, problèmes avec les fonctions continues. [Théorème de Féjér], conséquences, applications, autre théo similaire avec des hypothèses bizarres, $\pi^2/6$ [7][5]
- Polynômes orthogonaux : trucs généraux : poids racines etc... [3], Théorème de Müntz [6][5], exemples : Legendre Hardy Laguerre et Tchebitchev [3][6], [vecteurs propres de la TF dans L^2] [4]
- Rademacher et utilisation en probas [6]

3 Autres utilisations

- Noyaux de Bergman [1]
- Opérateur compacts, applications aux équations différentielles [6][2], [problème de Dirichlet pour l'équation de la chaleur] [8]

Références

- [1] F. Bayen and C. Margaria. *Problème de mathématiques appliquées, tome 1 : Fonctions d'une variables complexes*. Ellipses, 1998.
- [2] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle*. Dunod, 1999.
- [3] J.-P. Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*. Masson, 1984.
- [4] S.V Fomin and A.N Kolmogorov. *Elements of the theory of function and functional analysis*. Rochester, 1957.
- [5] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [6] F. Hirsch and G. Lacombe. *Éléments d'analyse fonctionnelle*. Dunod, 1997.
- [7] H. Queffélec and C. Zuily. *Éléments d'analyse*. Dunod, 1995.
- [8] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe*. Dunod, 1998.