

# Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variables réelle. Exemples et contre-exemples

## 1 Généralités

- Continuité : définition rapide, opération, Théorème des valeurs intermédiaire, condition d'homéomorphisme, théorème de Heine, intégrale à paramètre, dichotomie pour  $f(x) = 0$ . [3]
- Dérivabilité : définition, théorème des accroissement finis, théorème de Darboux, propriété des fonctions dérivée, [3] rapports entre  $f'$  et  $f$  [5] fonction dérivable nullepart continue, méthode de Newton pour  $f(x) = 0$  [1]

## 2 Plus de régularité

- Dérivées d'ordre supérieurs [3], formule de Taylor-Young,  $\pi^2$  est irrationnel, analyticité, contre exemple, théorème de Lebesgue, théorème de Suer Bayer [3]
- Fonction hölderienne, définition et exemple, application aux équations différentielle [4]

## 3 Espaces des fonctions continues

- $\mathcal{C}([0, 1])$  est un Banach, Transformée de Fourier et  $G_\delta$  dense [3][5]
- Théorème d'Ascoli, de Weierstrass [4]
- Polynômes de meilleur approximation [1]
- Théorème de représentation de Riesz [5]
- Théorème sur les sous-espaces vectoriel fermé de  $\mathcal{C}([0, 1])$  [2]

## Références

- [1] J.-P. Demailly. *Analyse numérique et équations différentielles*. Masson, 1984.
- [2] S. Gonnord and N. Tosel. *Topologie et analyse fonctionnelle*. Ellipses, 1996.
- [3] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [4] H. Queffélec and C. Zuily. * l ment d'analyse*. Dunod, 1995.
- [5] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe*. Dunod, 1998.