

# Fonctions monotones. Fonctions convexes.

## Exemples et applications

### 1 Définitions et caractérisations

- Définitions : croissances, décroissance, concavité, convexité (stricte ou large) [6][7]
- Caractérisation des fonctions monotones, fonctions à variations bornées [5][6]
- Caractérisation des fonctions convexes [6][7]
- Compositions, petites propriétés de [5]

### 2 Propriétés des fonctions monotones et des fonctions convexes

- Régularité des fonctions monotones et convexes, pont de continuité, de dérivabilité [7][5]
- Problèmes de convergences, stabilité des notions, théorème de Dini et de Helly [6]
- Inégalités célèbres : arithmético-géométrique, Jensen, Minkowski, Hölder Jordan [9] [6]
- Log-convexité : fonction  $\Gamma$  [8]

### 3 Applications diverses

- Analyse numérique : Méthode du gradient conjugué [10][4]
- Recherche d'extrema [7][6], Ellipsoïde de John-Lowner [1]
- Fonctions convexes conjugués, Théorème de Fenchel-Moreau [3]
- Fonction de Répartition [2].
- Processus de Galton-Watson

## Références

- [1] Alessandri. *Thème de Géométrie*. Dunod, 1999.
- [2] P. Billingsley. *Probability and Measure*. Wiley-interscience, 3 edition, 1995.
- [3] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle*. Dunod, 1999.
- [4] P.G. Ciarlet. *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*. Masson, 1988.
- [5] Francinou, Gianella, and Nicolas. *Oraux X-ENS : analyse I*. Cassini, 2003.
- [6] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [7] A. Pomellet. *Agrégation de mathématiques, cours d'analyse*. Ellipses, 94.
- [8] H. Queffélec and C. Zuily. *Élément d'analyse*. Dunod, 1995.
- [9] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe*. Dunod, 1998.
- [10] D. Serre. *Les matrices*. Dunod, 2000.