

# Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications

Gabriel Peyré

## 1 - Définition et premier exemples :

- . Généralités [*stabilisateurs, orbites, équations aux classes*]
- . Exemple de l'action de  $S_n$  sur un espace vectoriel [*théorème de Brauer*]
- . Exemples d'actions géométriques [*les groupes finis de  $SO(3)$* ]
- . Anneau des polynômes invariants, polynômes symétriques, application[?, p.306]

## 2 - Autour de $PSL_2(\mathbb{Z})$ :

- . Présentation [*les homographies, le plan hyperbolique*]
- . L'action sur le demi-plan de Poincaré [*génération du groupe, pavage et classification des réseaux*]
- . Groupe d'automorphisme d'un code correcteur QR complété à l'infini [*utilisé la génération de  $PSL(2, \mathbb{Z})$* ]

## 3 - Représentation linéaire des groupes finis :

- . Définitions [*représentations somme, irréductible, adjointe*]
- . Représentation invariante, applications aux polynômes invariants[?, p.306]
- . Lemme de Schur, relation d'orthogonalité entre les caractères [*définir les caractères, le produit scalaire*]
- . Représentation des groupes classiques [*groupe diédrale, groupe du carré*]
- . Application au problème de la simplicité du groupe

4	Représentation linéaire des groupes finis [ <i>faire un paragraphe sur les représentations linéaire, le lemme de Schur</i> ]	***
5	Action du groupe modulaire sur le demi plan de Poincaré	***