

Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications

1 Présentation

- Définitions, notations [4]
- Structure des groupes abéliens finis [1]
- Théorème chinois, applications aux systèmes de congruences [4]

2 Le groupes des inversibles

- Définitions, caractérisations des inversibles [4]
- Théorèmes classiques, Wilson, Fermat, Euler, [4] Algorithme de Berlekamp [2, 9]
- Théorèmes de structure [7]
- Autour de $\varphi(n)$
- Formule explicite. RSA. [4]
- Application aux corps finis [7]
- Inversion de Möbius [7, 4]
- Probabilités que deux nombres soit premier entre eux [3]
- Nombres de polynômes irréductibles [6, 3, 7]

3 Lien avec les racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité.

- isomorphisme, racine primitives $n^{\text{ème}}$ de l'unité, lien avec les polynômes cyclotomiques [7]
- Théorème de Dirichlet faible [5]
- Loi de réciprocité quadratique, symbole de Legendre [8], Théorème de Frobenius Zolotarev [9]

Références

- [1] F. Combes. *Algèbre et géométrie*. Breal, 2000.
- [2] M. Demazure. *Cours d'algèbre : Primalité. Divisibilité. Codes*. Cassini, 1997.
- [3] Nicolas Francinou, Gianella. *Oraux X-ENS : algèbre I*. Cassini, 2001.
- [4] X. Gourdon. *Les maths en tête : algèbre*. Ellipses, 1994.
- [5] I. Gozard. *Théorie de Galois*. Ellipses, 1997.
- [6] P. Ortiz. *Exercices d'algèbres*. Ellipses, 2004.
- [7] D. Perrin. *Cours d'algèbre*. Ellipses, 1996.
- [8] J.-P. Serre. *Cours d'arithmétique*. PUF, 1970.
- [9] G. Peyré V. Beck, J. Malick. *Objectif agrégation*. HK, 2^{ème} édition, 2005.