

111 Exemples d'application des idéaux d'un anneau commutatif unitaire.

Jonathan Loupia jonas001@free.fr <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

Plan :

1) Généralités

- idéaux, idéaux premiers, idéaux maximaux
- th de factorisation

2) Anneaux principaux

- déf (ex : polynôme minimal d'un endomorphisme) - pgcd
- Bezout (appli : lemme des noyaux)
- ppcm (appli : tout s-g fini de K^* est cyclique)

3) Anneaux quotients

- factorialité des anneaux de polynômes (appli : critère dirréductibilité (Einsenstein + polynômes cyclotomiques))
- factorialité de $\mathbb{Z}[i]$ (appli : $p =$ somme de 2 carrés)
- corps :
 - ▷ $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$: x irr $\Leftrightarrow (x)$ maximal; appli : aritmétique (petit th Fermat)-géométrie (nbres constructibles)
 - ▷ corps de rupture : construction de corps finis ou de \mathbb{C} .
- lemme chinois (appli Berlekamp)

4) Anneaux noethériens ?

Développements :

- th des 2 carrés [P 57]
- Berlekamp [Dem]
- Einsenstein [G1 58] ou [Goz 11]
- lemme des noyaux

Bibliographie

- Fresnel "Anneaux" [F4]
- Gourdon "Algèbre" [G1]
- Demazure "Cours d'algèbre : primalité, divisibilité, codes" [Dem]
- Gozard "Théorie de Galois" [Goz]
- Perrin "Cours d'algèbre" [P]