

# Algèbre 18 – Équations diophantiennes du premier degré $ax + by = c$ Exemples d'équations diophantiennes de degré supérieur

**Définition.** Une *équation diophantienne* est une équation polynomiale à coefficients dans  $\mathbb{Z}$  que l'on cherche à résoudre dans  $\mathbb{Z}$ .

## 1. ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ

**Théorème de Bézout et équation  $ax + by = c$ .**

**Systemes d'équations.**

**Dénombrement des solutions.**

→ Équations diophantiennes et séries génératrices

## 2. MÉTHODES DE RÉSOLUTIONS

**Méthode géométrique.**

**Utilisation de congruences.**

**Descente infinie.**

**L'exemple de l'équation de Fermat.**

→ Théorème de Fermat pour  $n = 2$  et  $4$

## 3. ANNEAUX D'ENTRIERS QUADRATIQUES ET ÉQUATION DE PELL

**Généralités sur les anneaux d'entiers.**

**Unités.**

→ Unités des corps quadratiques

**Applications.**

---

## DÉVELOPPEMENTS

**Équations diophantiennes et séries génératrices.**

**Théorème de Fermat pour  $n = 2$  et  $4$ .**

**Unités des corps quadratiques.**

## RÉFÉRENCES

- [1] F. Combes, *Algèbre et géométrie*, Bréal, 1998.
- [2] A. Chambert-Loir et S. Fermigier, *Exercices d'analyse 2*, Dunod, 1999.
- [3] D. Duverney, *Théorie des nombres*, Dunod, 1998.
- [4] X. Gourdon, *Analyse*, Ellipses, 1994.
- [5] D. Perrin, *Cours d'algèbre*, Ellipses, 1996.
- [6] P. Samuel, *Théorie algébrique des nombres*, Hermann, 1997.