1. TYPES DE CONVERGENCE ET FONCTIONS CONTINUES

Définition. Convergence simple, uniforme, en moyenne, en moyenne quadratique.

Exemples. ... et pathologies

Définition. Espace des fonctions continues un compact

Exemple. Une limite simple de fonctions continues n'est pas nécessairement continue.

Proposition. *limite simple/uniforme de fonctions continues*

Corollaire. *en termes de complétude*

Application. en intégration

Théorème de Stone-Weierstrass.

Exemple. Polynômes trigonométriques

Application. Théorème de Brouwer

Théorème d'Ascoli.

Application. Exemple d'opérateur compact

Application. Théorème de Cauchy-Peano

2. LES ESPACES L^p

Définition des espaces L^p pour $1 \leq p \leq +\infty$.

Propriétés fondamentales.

Dual de L^p et cas particulier de L^2 .

→ Dual de $L^p([0, 1], dx)$ pour $1 < p < 2$

Approximation de l'identité et convolution.

Application : transformée de Fourier dans L^1 .

3. L'ESPACE L^2 ET LES ESPACES DE HILBERT

Propriétés géométriques des espaces de Hilbert.

Application : séries de Fourier.

Retour sur l'exemple de l'espace L^2 .

Application : transformation de Fourier.

→ Vecteurs propres de la transformation de Fourier

4. L'EXEMPLE DES FONCTIONS HOLOMORPHES

Généralités.

Définition.

Formule de Cauchy et conséquences.

Existence de primitives et analyticité.

Topologie de la convergence uniforme sur les compacts.

Définition.

Théorème de Weierstrass.

Propriété de Montel.

Application : théorème de la représentation conforme.

Une structure hilbertienne : l'espace de Bergman.

→ Noyau de Bergman

DÉVELOPPEMENTS

Dual de L^p .

Vecteurs propres de la transformation de Fourier dans L^2 .

Noyau de Bergman.

RÉFÉRENCES

- [1] H. Brezis, *Analyse fonctionnelle*, Dunod, 1999.
- [2] A. Chambert-Loir et S. Fermigier, *Exercices d'analyse 3*, Dunod, 1996.
- [3] F. Hirsch et G. Lacombe, *Éléments d'analyse fonctionnelle*, Dunod, 1999.
- [4] G. Lacombe et P. Massat, *Analyse fonctionnelle*, Dunod, 1999.
- [5] F. Bayen et C. Margaria, *Espaces de Hilbert et opérateurs*, Ellipses, 1986.
- [6] A.N. Kolmogorov, *Éléments de la théorie des fonctions et de l'analyse fonctionnelle*, Ellipses, 1994.