# Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilité

## 1 Suites et topologie

- Caracterisations topologiques par les suites : fermé adhérence, complet, continuité [4]
- Compact, Bolzano-Weierstrass, précompact + complet [4]
- Procédé d'extraction diagonale : $\mathbb{R}$ n'est pas dénombrable, théorme de Helly (Cottrell), théorème de Tychonoff [2]

## 2 Utilisation de Baire

- $\boxed{\text{Énoncés et Banach-Steinhaus}}$ [3]+ complétude [4]
- Application ouverte (+corrolaires), graphe fermé +V fermé dans $\mathcal{C}^0$ + inclus dans $\mathcal{C}^1$ + ... [3] [8]
- Application aux fonction continues : localement polynomiales implique polynomiale, densité des point de continuité d'un dérivée, densité des fonctions dérivables nulle part [4]

## 3 Espaces séparables

- Séparabilité, def+ exemple [3]
- Cas $\mathcal{Q}$ dense dans $\mathcal{R}$, formes des ouiverts de $\mathcal{R}$ (Pas de références), $\boxed{\text{prolongement de Tietze-Utysohn}}$ [1]
- Base hilbertienne, séparable implique isomorphe à $l^2(\mathcal{N})$, Bessel-Parseval [3][7], transformée de Fourrier dans $L^2$[7] + Kolmogorov Fomine

## 4 Utilisation en probas

- des de tribu, de mesure, application à la convergence $L^2$ des martingale, [5], ensemble $\mu$-négligeable, $\boxed{\text{théorème de Grothendieck}}$ [7], théorème de dérivabilité de Lebesgue [6]
- Borel-Cantelli[5], loi du 0-1, (Cottrell)

# Références


[1] V. Maillot A. Chambert-Loir, S.Fergnier. *Exercices d'analyse I.* Masson, 2è edition, 1997.

[2] F. Hirsch G. Lacombe. *Éléments d'analyse fonctionnelle.* Dunod, 1997.

[3] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle.* Dunod, 1999.

[4] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse.* Ellipses, 1994.

[5] J.-Y. Ouvrard. *Probabilités 2, master, agregation.* Cassini, 2è edition, 2004.

[6] W. Rudin. *Analyse fonctionnelle.* Ediscience international, 1995.

[7] W. Rudin. *Analyse réelle ou complexe.* Dunod, 1998.

[8] N. Tosel S. Gonnord. *Topologie et analyse fonctionnelle.* Ellipses, 1996.