# Espaces $L^p$, $1 \leq p \leq \infty$

## 1 Présentation des $L^p$

- Définition de $\mathcal{L}^p$, $L^p$, $\mathcal{L}^\infty$, $L^\infty$, en remarque, on identifie... [3]
- Hölder, Minkowski, TCD, Riesz-Fischer [3]
- Densité des fonction en escalier, des continues à support compacts, des $\mathcal{C}^\infty$ à support compact, inégalité de Hardy, séparabilité de $L^p$, pas de $L^\infty$. [3, 1]

## 2 Relation entre les $L^p$

- Dualité : théorème de représentation de Riesz [1], $L^p$ est reflexif (ou pas) , $L^1$ n'est pas un dual [7]
- $\boxed{\text{Inclusion } L^{p_1} \subset L^{p_2}}$ [6], $\boxed{\text{théorème de Grothendieck}}$ [5]

## 3 Le cas $L^2$

- Hilbert, produit scalaire, projection, minimisation... [1]
- Transformée de Fourrier dans $L^2$ [6], $\boxed{\text{vecteurs propres de la transformée de Fourrier.}}$

## 4 Martingales et $L^p$

- définition d'uniforméménet intégrable, de martingales fermé... [4]
- Convergence dans $L^1$, dans $L^p$, [2, 4]

# Références


[1] H. Brézis. *Analyse Fonctionnelle.* Dunod, 1999.

[2] P.-A. Meyer C. Dellacherie. *Probabilités et potentiels, théorie des martingales.* Hermann, 1980.

[3] J.-P. Marco. *Analyse pour la licence.* Dunod, 2è edition, 2002.

[4] J.-Y. Ouvrard. *Probabilités 2, master, agregation.* Cassini, 2è edition, 2004.

[5] W. Rudin. *Analyse fonctionnelle.* Ediscience international, 1995.

[6] W. Rudin. *Analyse réelle ou complexe.* Dunod, 1998.

[7] N. Tosel S. Gonnord. *Topologie et analyse fonctionnelle.* Ellipses, 1996.