

Convergence des séries entières, propriétés de la somme, exemples et applications.

1 Rayon de convergence, opérations sur les séries entières

- Définition du rayon de convergence, lemme d'Abel, détermination pratiques : d'Alembert, Cauchy, Hadamard, comparaison des suites, dessin [7][4]
- Opérations : addition, produit de Cauchy, produit d'Hadamard, exemples [4][7]

2 Comportement sur le disque ouvert

- Continuité, zéros isolés. [4]
- Dérivabilité, analyticité, fonctions DSE, $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$, CNS d'analyticité, théorème de Bernstein [4][1], exemple : tangente [3]
- Formule de Cauchy, de Parseval (G utzner), Liouville, [1] [4]

3 Comportement au voisinage du cercle

- Exemple : tout peut se passer : [1] et références de [8].
- Théorème d'Abel non tangentiel (et radial) [1] et théorème taubérien fort (et faible) [4], emxple de $\ln(2)$.
- Points réguliers, points singuliers, coupure, lacune d'Hadamard, théorème de Steinhaus, série à coefficients positifs [1].

4 Application des séries entières

- Dénombrement : partitions de n , nombre de dérangement, nombre de solution des équations diophantiennes [2] [3]
-  quations différentielles : principe et problème de Sturm [1]
- Probabilité : fonctions génératrices : variable aléatoire discrètes , exemple, processus de Galton-Watson [5] [6]

Références

- [1] H. Queffélec C. Zuily. * l ement d'analyse*. Dunod, 1995.
- [2] Nicolas Francinou, Gianella. *Oraux X-ENS : algèbre I*. Cassini, 2001.
- [3] Nicolas Francinou, Gianella. *Oraux X-ENS : analyse II*. Cassini, 2004.
- [4] X. Gourdon. *Les maths en tête : analyse*. Ellipses, 1994.
- [5] J.-Y. Ouyard. *Probabilités 1, licence, agrégation*. Cassini, 1998.
- [6] J.-Y. Ouyard. *Probabilités 2, master, agrégation*. Cassini, 2  edition, 2004.
- [7] A. Pomellet. *Agrégation de mathématiques, cours d'analyse*. Ellipses, 94.
- [8] G. Peyré V. Beck, J. Malick. *Objectif agrégation*. HK, 2  edition, 2005.